

## Семинар 7

Задача 1

Вспомните эквивалентные определения кривизны поверхности: а) через радиусы кривизны; б) через угол вращения вектора при параллельном переносе вдоль замкнутого контура. Разберите примеры: Евклидова плоскость, плоскость Лобачевского, поверхность сферы.

## Задача 2\*

Чему равна кривизна цилиндра радиуса  $R$ ?

## Задача 3\*

Чему равна кривизна тора?

## Задача 4\*

Вспомните, что такое трактриса и псевдосфера. Покажите (качественно), что псевдосфера имеет отрицательную кривизну.

## Задача 5\*

Найти максимальную площадь семиугольника на плоскости Лобачевского.

## Задача 6\*

Найти длину окружности на поверхности сферы радиуса  $R$ , если её “сферический” радиус равен  $l$ . Сферический радиус определяется как радиус измеренный на поверхности сферы.

## Задача 7\*

Найти площадь “сферического” круга радиуса  $l$ .

## Задача 8\*

Углы сферического треугольника, построенного на сфере радиуса  $R$ , равны  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Найти его площадь.

Подсказка: Сначала найдите площадь сферического двуугольника.

## Задача 9

Самолёт летит из Красноярска в Москву по наикратчайшей траектории. Найти широты самой северной точки этой траектории.

## Задача 10

Астрономы планеты Запиндя измерили углы равностороннего треугольника образуемого тремя ближайшими звёздами и получили  $59,99^\circ$ . Какова кривизна пространства в окрестости Запинди, если расстояние между звёздами 10 световых лет?

## Задача 11

Восемь подружек: Алиса, Белла, Василиса, Галя, Даша, Елена и Жанна решили встречаться каждый день недели по следующему расписанию.

- Понедельник: Алиса, Белла, Галя
- Вторник: Белла, Василиса, Даша
- Среда: Василиса, Галя, Елена
- Четверг: Галя, Даша, Жанна
- Пятница: Даша, Елена, Алиса
- Суббота: Елена, Жанна, Белла
- Воскресенье: Жанна, Алиса, Василиса

Покажите, что если девушки – это точки, а дни недели – это прямые, то для геометрии их встреч выполняются следующие аксиомы:

1. Через две различные точки проходит одна и только одна прямая
2. Любые две различные прямые пересекаются в одной точке
3. Существуют четыре точки такие, что никакие три из них не лежат на одной прямой